

# Determinação do espectro de raios X a partir da curva de transmissão para um equipamento de radiografia dentária

## Determination of X-ray spectrum from transmission curve for a dental radiography equipment

Gustavo S. P. Pamplona, Alessandro M. Costa

Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo (USP) – Ribeirão Preto (SP), Brasil.

### Resumo

A medição direta do espectro de um feixe de raios X por algum método espectroscópico é relativamente cara, demorada e exige considerável qualificação. O espectro pode ser alternativamente derivado por um método indireto a partir da medição da curva de transmissão do feixe de raios X e da utilização de transformadas de Laplace. O objetivo deste trabalho foi a aplicação de um método indireto que utiliza um modelo espectral baseado em um par de transformadas de Laplace para obter o espectro de raios X para um equipamento de radiografia dentária. O modelo espectral foi aplicado utilizando uma curva de transmissão medida e o espectro derivado mostra uma boa concordância com dados experimentais, mostrando o valor da análise da curva de transmissão em comparação com métodos espectroscópicos uma vez que os dados de transmissão podem ser obtidos com comparativa facilidade.

**Palavras-chave:** radiologia; espectrometria por raios X; equipamentos odontológicos.

### Abstract

The direct measurement of the spectrum of an X-ray beam by some spectroscopic method is relatively expensive, time consuming and require considerable expertise. Spectrum can be alternatively derived by an indirect method from measurement of transmission curve of the X-ray beam and the use of Laplace transforms. The objective of this work was the application of an indirect method that use a spectral model based on a pair of Laplace transforms to derive the X-ray spectrum for a dental radiography equipment. The spectral model was applied using a measured transmission curve and the derived spectrum show good agreement with experimental data, showing the value of the analysis of attenuation curves beside spectroscopic methods since the transmission data can be obtained with comparative ease.

**Keywords:** radiology; x-ray emission spectrometry; dental equipment.

### Introdução

A qualidade da radiação de um feixe de raios X pode ser completamente caracterizada pelo seu espectro. Os espectros podem ser medidos diretamente utilizando métodos espectroscópicos. No entanto, estes métodos são relativamente caros, demandam muito tempo para serem realizados e requerem considerável qualificação. Alternativamente os espectros podem ser derivados por métodos indiretos como, por exemplo, a partir da curva de transmissão do feixe de raios X e a utilização de transformadas de Laplace<sup>1-4</sup>.

O objetivo deste trabalho foi a aplicação de um método indireto que utiliza um modelo espectral baseado em um par de transformadas de Laplace para

determinar o espectro de raios X de um equipamento de radiografia dentária a partir da curva de atenuação medida experimentalmente.

### Material e métodos

O kerma no ar K para um feixe de raios X é normalmente expresso pela equação

$$K = \int_0^{\infty} \Phi_E E \frac{\mu_{tr}}{\rho}(E) dE, \quad (1)$$

em que  $\Phi_E$  é a distribuição em energia de fluência e  $\mu_{tr}/\rho$  é o coeficiente de transferência de energia em massa do ar para fótons de energia E.

Se um feixe estreito é atenuado com um material de espessura em massa  $d$ , a distribuição em energia de fluência se torna

$$\Phi_E(d) = \Phi_E(0) e^{-\mu_m d}, \tag{2}$$

em que  $\mu_m$  é o coeficiente de atenuação em massa do material atenuador.

O kerma no ar se torna uma função de  $d$  e é dado pela equação

$$K(d) = \int_0^\infty \Phi_E(0) E \frac{\mu_{tr}}{\rho}(E) e^{-\mu_m d} dE. \tag{3}$$

A transmissão relativa  $T(d)$  é definida como a razão entre o kerma no ar total do feixe atenuado,  $K(d)$ , e o kerma no ar total do feixe não atenuado,  $K(0)$ :

$$T(d) = \frac{K(d)}{K(0)}. \tag{4}$$

Seja

$$F(E) = \frac{\Phi_E(0) E \frac{\mu_{tr}}{\rho}(E)}{K(0)}. \tag{5}$$

Então, a partir das equações (3), (4) e (5),

$$T(d) = \int_0^\infty F(E) e^{-\mu_m d} dE. \tag{6}$$

$F(E)dE$  é a fração de  $K(0)$  que é devida aos fótons de energia entre  $E$  e  $E+dE$ .

Mudando a variável de integração de  $E$  para  $\mu_m$  e colocando

$$F(E) \left( -\frac{dE}{d\mu_m} \right) = f(\mu_m), \tag{7}$$

a equação (6) se torna

$$T(d) = \int_0^\infty f(\mu_m) e^{-\mu_m d} d\mu_m. \tag{8}$$

Nesta mudança de variável é assumido que  $\mu_m$  é uma função diferenciável e monotonicamente decrescente de  $E$ ;  $\mu_m \rightarrow 0$  quando  $E \rightarrow \infty$  e  $\mu_m \rightarrow \infty$  quando  $E \rightarrow 0$ .

A definição de uma transformada de Laplace é<sup>5</sup>:

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^\infty f(t) e^{-st} dt. \tag{9}$$

Então, a curva de transmissão de um feixe de raios X pode ser descrita como uma transformada de Laplace:

$$T(d) = \mathcal{L}[f(\mu_m)]. \tag{10}$$

Se a curva de transmissão é conhecida,  $f(\mu_m)$  é determinada pela transformada de Laplace inversa,

$$f(\mu_m) = \mathcal{L}^{-1}[T(d)], \tag{11}$$

e o espectro  $F(E)$  derivado dela como

$$F(E) = -f(\mu_m) \frac{d\mu_m}{dE}. \tag{12}$$

Neste trabalho, é assumido que a curva de transmissão é representada pelo modelo matemático proposto por Greening<sup>1</sup>:

$$T(d) = \sqrt{\frac{a}{d+a}} e^{-b(\sqrt{d+a}-\sqrt{a})} e^{-\mu_m^0 d}, \tag{13}$$

em que  $a$  e  $b$  são parâmetros a serem ajustados e  $\mu_m^0$  é o coeficiente de atenuação em massa do material atenuador para a energia máxima do espectro.

A transformada de Laplace inversa correspondente à equação (13) é

$$f(a, b, \mu_m) = \sqrt{\frac{a}{\pi}} \frac{e^{-b\sqrt{a}-(\mu_m-\mu_m^0)a-\frac{b^2}{4(\mu_m-\mu_m^0)}}}{\sqrt[3]{(\mu_m-\mu_m^0)}}. \tag{14}$$

Os parâmetros  $a$  e  $b$  para a curva de transmissão foram obtidos a partir de um ajuste não linear a estes dados utilizando a equação (13).

Os parâmetros de ajuste  $a$  e  $b$  foram aplicados ao modelo matemático dado pela equação (14) para determinar o espectro de kerma no ar aproximado:

$$F(E) = \sqrt{\frac{a}{\pi}} \frac{e^{-b\sqrt{a}-(\mu_m-\mu_m^0)a-\frac{b^2}{4(\mu_m-\mu_m^0)}}}{\sqrt[3]{(\mu_m-\mu_m^0)}} \left( -\frac{d\mu_m}{dE} \right). \tag{15}$$

O material atenuador utilizado neste trabalho foi o alumínio. Uma equação empírica<sup>6</sup> foi utilizada para reproduzir os coeficientes de atenuação em massa do alumínio dados por Hubbell e Seltzer<sup>7</sup> e para calcular os valores de  $d\mu_m/dE$ .

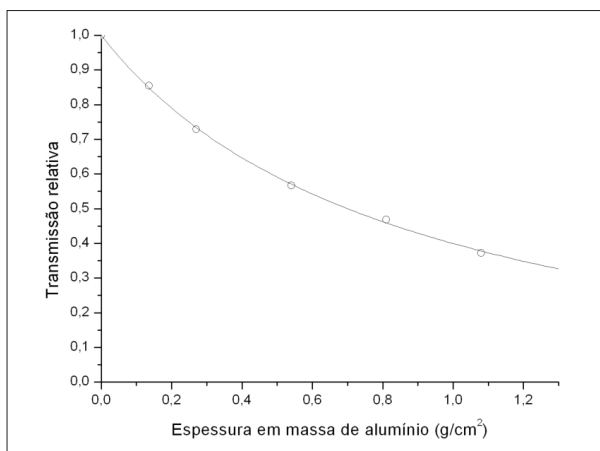
Foi utilizado um equipamento de radiografia dentária Dabi Atlante, modelo Spectro 70X que opera em 70 kV.

A curva de atenuação foi medida utilizando-se placas de alumínio puro (99,99%) com espessuras de 0,5 mm (2 placas) e 1,0 mm (3 placas) e um medidor multipropósito PTW-Freiburg modelo Diavolt Multi. Mediu-se também a tensão no tubo utilizando-se este mesmo medidor.

## Resultados

A Figura 1 mostra a curva de transmissão medida para o alumínio. Os círculos representam os pontos experimentais e a linha é o resultado do ajuste não linear aos pontos experimentais utilizando a equação (13).

A Figura 2 mostra o espectro de raios X do equipamento de radiografia dentária, determinado a partir da curva de atenuação (círculos). Na mesma figura é mostrado um espectro medido diretamente por Ankerhold<sup>8</sup> utilizando um detector de germânio (triângulos). Esse espectro corresponde à qualidade de radiação RQR-5 definida pela International Electrotechnical Commission<sup>9</sup> e foi colocado na Figura 2 para comparação. A International Electrotechnical Commission define cada qualidade de



**Figura 1.** Curva de transmissão medida para o alumínio.

radiação de radiodiagnóstico pela primeira camada semi-redutora e por uma dada tensão aproximada no tubo de raios X. Assim, a qualidade de radiação RQR-5 foi utilizada para comparação, pois é definida pela tensão no tubo de raios X de 70 kV e pela primeira camada semi-redutora de 2,58 mm de alumínio, aproximadamente os mesmos valores medidos para o equipamento de radiografia dentária utilizado neste trabalho, isto é, uma tensão 71,1 kV e uma primeira camada semi-redutora de 2,66 mm de alumínio.

## Discussão e conclusões

Como pode ser visto na Figura 1, a equação (13) representa com boa qualidade a curva de transmissão medida. O maior desvio entre transmissão relativa medida e calculada é de aproximadamente 2,0%.

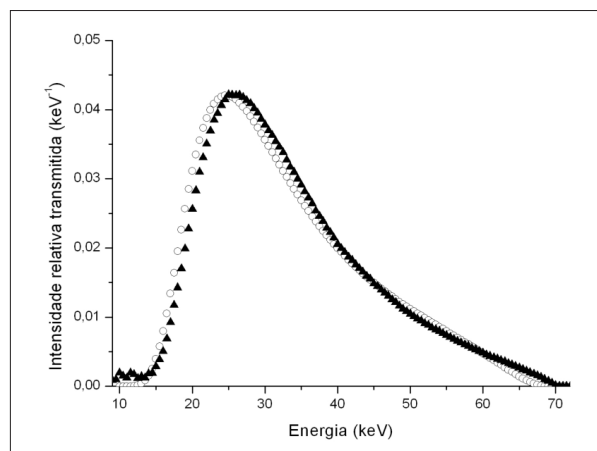
A comparação entre os dois espectros na Figura 2 sugere que o espectro determinado a partir da curva de transmissão é uma boa aproximação principalmente com relação à sua forma.

Esse espectro aproximado pode ser utilizado para calcular grandezas dosimétricas ou radiométricas e pode ser útil na otimização da qualidade da imagem radiográfica e na redução de dose no paciente em radiografias dentárias.

A análise da curva de transmissão em comparação com os métodos espectroscópicos é uma boa alternativa uma vez que a curva de transmissão pode ser obtida com comparativa facilidade.

## Agradecimentos

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), ao Ministério da Ciência e Tecnologia



**Figura 2.** Espectros de raios X determinado a partir da curva de transmissão medida para o equipamento de radiografia dentária utilizado neste trabalho (O) e espectro de raios X medido diretamente em um outro equipamento para a qualidade de radiação RQR-5 (Δ).

(MCT), ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia (INCT) em Metrologia das Radiações na Medicina pelo apoio financeiro.

## Referências

1. Greening JR. The determination of x-ray wavelength distributions from absorption data. *P Phys Soc Lond A*. 1950;63(371):1227-34.
2. Archer BR, Wagner LK. A Laplace transform pair model for spectral reconstruction. *Med Phys*. 1982;9(6):844-47.
3. Delgado V. Determination of x-ray spectra from attenuation data by imposing a priori positiveness and bounded support: theory and experimental validation. *Med Phys*. 2007;34(3):994-1006.
4. Delgado V. Determination of x-ray spectra from Al attenuation data by imposing a priori physical features of the spectrum: theory and experimental validation. *Med Phys*. 2009;36(1):142-8.
5. McCollum PA, Brown BF. Laplace transform tables and theorems. New York: Holt, Rinehart and Winston; 1965.
6. Fewell TR, Shuping RE. Photon energy distribution of some typical diagnostic x-ray beams. *Med Phys*. 1977;4(3):187-97.
7. Hubbell JH, Seltzer SM. Tables of x-ray mass attenuation coefficients and mass energy-absorption coefficients (version 1.4). [Online] Available from: <http://physics.nist.gov/xaamdi> [cited 2009, July 15]. National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD; 2004.
8. Ankerhold U. Catalogue of x-ray spectra and their characteristic data – ISO and DIN radiation qualities, therapy and diagnostic radiation qualities, unfiltered x-ray spectra. PTB-Report Dos-34; 2000.
9. International Electrotechnical Commission. IEC 61267: Medical diagnostic X-ray equipment – radiation conditions for use in the determination of characteristics. Geneva; 2005.

